IRAQI Academic Scientific Journals
العراقية المجلات الأكاديمية العلمية
مجلة جامعة الكوت
ISSN (E): 2616 - 7808 II ISSN (P): 2414 - 7419
js.uokut.edu.iq
k.u.c.j.sci@alkutcollege.edu.iq
عدد خاص - المؤتمر العلمي التاسع للعلوم الإدارية والاقتصادية - 2-3 مايو/ ايار 2026

تطبيق التوزيع الهندسي في تحليل معولية الاجهاد والمتانة: دراسة مقارنة بين طريقة الإمكان الأعظم وطريقة بيز باعتماد التوزيع الاولي كوماراسوامي ودالة خسارة أسية

م. م. سارة إبراهيم ناهي [1] ، م. م. سهير كريم رماني [2] ، م. م. رسل ياس خضير [3]

انتساب الباحثين
[1] كلية الادارة والاقتصاد، جامعة الكوت، العراق، واسط، 52001

[2، 3] كلية الادارة والاقتصاد، جامعة واسط، العراق، واسط، 52001

[1] sarah.nahi@uokut.edu.iq
[2] Skhattawi@uowasit.edu.iq
[3] ryas@uowasit.edu.iq

[1] المؤلف المراسل

معلومات البحث
تاريخ النشر: آب 2026

المستخلص

في هذا البحث تم تقدير معولية الاجهاد والمتانة للتوزيع الهندسي ،اذ تم استخدام طريقتين للتقدير هما طريقة بيز في ظل دالة خسارة أسية وباستعمال التوزيع الاولي كوماراسوامي (kumaraswamy Prior Distribution) وباستعمال المعلمات الفوقية a=(0.3,0.9) b=(3,3.5), وطريقة الامكان الاعظم (MLE) وتم استخدام محاكاة مونت كارلو للحصول على المقدرات وكان من اهم الاستنتاجات التي تم الوصول اليها كفاءة طريقة بيز في ظل دالة خسارة اسية وبوجود المعلمات الفوقية (a,b)=(0.3,3)

الكلمات المفتاحية: المعولية، الإمكان الأعظم، بيز

Application of the Geometric Distribution in Stress–Strength Reliability Analysis: A Comparative Study between Maximum Likelihood Estimation and Bayesian Estimation under Kumaraswamy Prior Distribution and Exponential Loss Function

Sarah Ibrahim Nahi [1] , Suhair Kareem Rmane [2] , Rusul yas khudary Majid [3]

Affiliation of Authors
[1] College of Administration and Economics, Al-Kut University, Iraq, Wasit, 52001

[2, 3] College of Administration and Economics, University of Wasit, Iraq, Wasit, 52001

[1] sarah.nahi@uokut.edu.iq
[2] Skhattawi@uowasit.edu.iq
[3] ryas@uowasit.edu.iq

[1] Corresponding Author

Paper Info.
Published: Aug. 2026

Abstract

In this study, the stress–strength reliability of the geometric distribution was estimated. Two estimation methods were employed: the Bayesian method under an exponential loss function, using the Kumaraswamy prior distribution with hyper parameters a=(0.3,0.9)a = (0.3, 0.9)a=(0.3,0.9) and b=(3,3.5)b = (3, 3.5)b=(3,3.5), and the Maximum Likelihood Estimation (MLE) method.

Monte Carlo simulation was used to obtain the estimators. One of the most important conclusions reached was the superior efficiency of the Bayesian method under the exponential loss function, particularly in the presence of the hyper parameters (a,b)=(0.3,3).

Keywords: Reliability, Maximum Likelihood, Bayes

المقدمة

حاز موضوع دراسة المعولية على اهتمام متزايد من قبل الباحثين في مجال الانظمة والمعدات ومن خلال دراسة المعولية يمكننا تقييم اداء عمل تلك الانظمة لمعرفة نوع الانتاج وحجمه لغرض تحسينه في المستقبل من خلال تطويره ،كونه يعتبر مؤشر لبيان كفاءة النظام وامكانية اتمام العمل من دون عطل ،حيث ان هذه الانظمة تتعرض بمرور الوقت الى الاعطال والذي بدوره يؤدي الى زيادة النفقات المادية وانخفاض الانتاج ،وعلى هذا الاساس فأن دراسة المعولية يقودنا الى التخطيط السليم لتحسين نوعية الانظمة ومعرفة نوع وحجم الانتاج المطلوب .تعرف المعولية من الناحية الاحصائية بانها قدرة المركبة على الاداء بشكل جيد في نطاق محدد وخلال فترة زمنية معينة،اي قدرة الجهاز على انجاز العمل المخصص له دون فشل. ان اول من درس المعولية هو عالم الرياضيات السويسري دانييل برنولي Daniel Bernoulli عام 1920 بعد الحرب العالمية الثانية من خلال استخدام عمليات السيطرة الاحصائية،[1] في نظرية المعولية تعتبر نماذج الاجهاد والمتانة افضل المواضيع واكثرها جاذبية حيث يتعرض النظام

لضغوط خارجية كثيرة ويتم تحديد معوليته من خلال متانته.

في عام (2005) قام الباحثان [2] بتقدير دالة معولية الاجهاد والمتانة للنموذج P[Y <X] عندما يكون المتغير العشوائي المستقل X (المتانة) يتعرض الى اجهاد عشوائي مستقلY ويتبعان التوزيع الاسي المعمم وبمعلمات شكل مختلفة ومعلمة قياس متشابهة وتم استعمال طريقة الامكان الاعظم ،وطريقة بيز ،وطريقة مقدر التباين الادنى الغير متحيز، وتم اجراء محاكاة مونت كارلو لمقارنة الطرائق المختلفة وتبين انه في حالة كون معلمة المقياس غير معروفة تكون طريقة (MLE) افضل بالاعتماد على معيار MSE .

في عام (1956) قام الباحث [3] بوضع حجر الاساس للتعامل مع نموذج الاجهاد والمتانة حيث تتعرض المتانة العشوائية X الى اجهاد عشوائي Y وان الفشل يحصل اذا تجاوز الاجهاد على المتانة ،اقترح الباحث حلاً بالاعتماد على إحصاءه مان ويتني للمتغيرين X،Y من خلال ايجاد حد الثقة الاعلى لدالة الفشل وبالاعتماد على احصاءه مان ويتني لعينة عشوائية مستقلة في ظل وجود متغيرين X،Y .

في عام 2023 قام الباحثون [4] بتقدير دالة معولية الاجهاد والمتانة من النوع $R=P[Y<X<Z]$ عندما يتبع متغير المتانة المستقل X ومتغيري اجهاد الحد الادنى Yوالحد الاعلى Z المستقلين على التوالي التوزيع الاسي المعكوس مع معلمات شكل مختلفة في حالة العينات المصنفة (Ranked Set Sampling)(RSS) والعينات العشوائية البسيطة(SRS)(Simple Random Sampling) تم استخدام طريقة الامكان الاعظم MLE لتقدير دالة المعولية ومن خلال جداول المحاكاة بالاعتماد على عدة معايير منها متوسط مربعات الخطأ (MSE)،والتحيز المطلق (AB) ،والخطأ المعياري (SE) ،والكفاءة النسبية (RE) تبين بشكل عام ان مقدر معولية الاجهاد والمتانة كان اكثر كفاءة عندما كان متغير المتانة X يعتمد على العينات المصنفة (RSS) بغض النظر على نوع الاجهاد.

في هذا البحث تم تقدير دالة معولية الاجهاد والمتانة لتوزيع الهندسي للنموذج R=P(Y<X<Z) اذ تتعرض المتانة العشوائية المستقلة (X) الى اجهاد الحد الادنى (Y) واجهاد الحد الاعلى (Z) العشوائيان المستقلان، وتم استخدام طريقتين للتقدير طريقة الامكان الاعظم (MLE)، وطريقة بيز في ظل دالة خسارة اسية ، باستعمال التوزيع الاولي كوماراسوامي.

لغرض تحقيق هدف البحث فقد تم تقسيمه على النحو التالي في القسم (2) مشكلة البحث، وفي القسم (3) هدف البحث ،في القسم (4) تقدير معولية الاجهاد والمتانة ،اما القسم (5) تطرق الى التوزيع الهندسي وابرز خصائصه ،وفي القسم (6) تضمن توزيع كوماراسوامي ،وفي القسم (7) تضمن طريقة الامكان الاعظم، اما القسم (8) تضمن طريقة بيز في ظل التوزيع الاولي كوماراسوامي وبوجود دالة خسارة اسية، والقسم (9) المحاكاة ،اما القسم (10) الاستنتاجات ،و(11) تضمن ابرز التوصيات ،واخيرا القسم (12) المصادر

مشكلة البحث

في ظل التطور المتسارع في التكنولوجيا، يواجه المستخدمون تحديات متزايدة تتعلق بمتانة الأنظمة التقنية، إذ تؤثر العوامل البيئية وظروف التشغيل المختلفة تأثيرًا مباشرًا في مستوى كفاءتها واستدامتها. كما يؤدي الإجهاد الواقع على هذه الأنظمة إلى ارتفاع معدلات التوقف غير المخطط لها، فضلاً عن تقليص عمرها الافتراضي. ولمعالجة هذه الإشكالية، تبرز أهمية تحديد مصادر الإجهاد المؤثرة في متانة النظام بدقة، بهدف اتخاذ الإجراءات التحسينية المناسبة التي تسهم في تعزيز موثوقية الأنظمة وتحسين أدائها على المدى الطويل.

هدف البحث

يهدف هذا البحث إلى التوصل إلى أفضل تقدير لدالة معولية الإجهاد والمتانة للتوزيع الهندسي وبمعلمات مختلفة، في الحالة التي تتعرض فيها المتانة العشوائية المستقلة (X) إلى إجهاد حدٍّ أدنى (Y) وإجهاد حدٍّ أعلى(Z) ، وهما متغيران عشوائيان مستقلان. وقد تم اعتماد طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimation – MLE)وطريقة بيز في ظل التوزيع الأولي كوماراسوامي (kumaraswamy Prior Distribution)، مع استخدام دالة الخسارة أسية .كما أُجريت محاكاة مونت كارلو للمقارنة بين الطريقتين اعتمادًا على معيار متوسط مربعات الخطأ .(Mean Squared Error – MSE) أما في الجانب التطبيقي، فقد استُخدمت بيانات حقيقية تمثلت في الأعمار المرصودة لعينات من الفولاذ.

معولية الاجهاد والمتانة

يُعد نظام الإجهاد والمتانة من المفاهيم ذات الأهمية البالغة في العديد من التطبيقات، ولاسيما في المجالات الهندسية والعسكرية والصحية، إذ يُستخدم بوصفه مقياسًا أساسياً لمعوّلية الأنظمة. ويُعبَّر عن معولية هذا النظام في صورتها التقليدية بالعلاقة الآتية:

$$R = P(X > Y)$$

حيث يوضّح المفهوم العام لنظام الإجهاد والمتانة العلاقة بين متغير المتانة العشوائي المستقل *((X))* ومتغير الإجهاد العشوائي المستقل *((Y))*، واحتمالية تفوق أحدهما على الآخر؛ إذ يُعد النظام عاملاً عندما تتغلب المتانة على الإجهاد، بينما يفشل في الحالة المعاكسة . وفي هذا البحث، تم التركيز على تقدير معولية نظام الإجهاد والمتانة من النوع:

$$R = P(Y < X < Z)$$

حيث يتطلب عمل النظام أن تكون المتانة العشوائية المستقلة *((X))* أكبر من إجهاد الحد الأدنى *((Y))* وأقل من إجهاد الحد الأعلى *((Z))*.

ولغرض التحليل، يُفترض أن *(X)* متغير عشوائي مستقل يمثل المتانة، و *(Y)*متغير عشوائي مستقل يمثل إجهاد الحد الأدنى، و *(Z)*متغير عشوائي مستقل يمثل إجهاد الحد الأعلى، وأن هذه المتغيرات تتبع التوزيع الهندسي بمعالم θ_1و θ_2 و θ_3على التوالي. يعبر عن دالة معولية نظام الاجهاد والمتانة بالصيغة الاتية [5]

$$R = P[Y<X<Z] = \sum_{k=1}^{\infty} P[X = K, Y = K, Z = K]$$
$$= \sum_{k=1}^{\infty} P[X = K] * P[Y < K] * P[Z > K]$$
$$= \sum_{k=1}^{\infty} \theta_1(1-\theta_1)^{k-1} * (1 - (1-\theta_2)^{k-1}) * (1-\theta_3)^k$$

وبتبسيط الصيغة اعلاه نحصل على مقدر دالة معولية الاجهاد والمتانة

$$R=\frac{\theta_1\theta_2(1-\theta_1)(1-\theta_3)^2}{(\theta_1+\theta_3-\theta_1\theta_3)(\theta_1+\theta_3-\theta_1\theta_3+\theta_2(1-\theta_1)(1-\theta_3)} \qquad (1)$$

التوزيع الهندسي

يعد التوزيع الهندسي واحد من التوزيعات المتقطعة ويستخدم في مجالات عديدة هندسية واحصائية واقتصادية وغيرها، يأتي هذا التوزيع من عائلة التوزيع الاسي والمتغير العشوائي يمثل الجهد اللازم للحصول على النجاح الاول.[6]

يمتلك التوزيع الهندسي دالة الكتلة الاحتمالية*(p.m.f.)*، ودالة التوزيع التراكمي *(c.d.f.)*، *ودالة* المعولية على التوالي:

$$P(X = x; \theta) = \theta(1-\theta)^{x-1} \qquad x=1,2,3,\ldots. \qquad (2)$$
$$F(X = x; \theta) = 1 - (1-\theta)^x \qquad x=1,2,3,\ldots \qquad (3)$$
$$R(t) = (1-\theta)^x \qquad x=1,2,3\ldots. \qquad (4)$$

حيث ان $0<\theta<1$ تمثل احتمال النجاح.

من ابرز خصائص التوزيع الهندسي ما يلي:

1- $E(x)=\frac{1}{\theta}$

2- $Var(x)=\frac{1-\theta}{\theta^2}$

3- $M_{x(t)} = \frac{\theta\, e^t}{1-e^t(1-\theta)}$

توزيع كوماراسوامي

يعد توزيع كوماراسوامي احد التوزيعات الاحتمالية المستمرة بمعلمتي شكل(α, β) في المدة الزمنية *(0,1)* ،اقترح من قبل العالم الهندي الكبير بوندي كوماراسوامي *(Pondy Kumaraswamy)* عام *1980* يشبه هذا التوزيع توزيع بيتا لكن بخلاف توزيع بيتا فانه يحتوي على شكل مغلق لدالة التوزيع التراكمي مما يجعله سهلا في التعامل معها. *[7]*

يمتلك هذا التوزيع دالة كثافة احتمالية ودالة التوزيع التراكمي ودالة معولية على التوالي :

$$f(t,\alpha,\beta) = \beta\alpha t^{\alpha-1}(1-t^{\alpha})^{\beta-1} \qquad ,0<t<1 \ , \alpha,\beta>0$$
$$F(t,\alpha,\beta) = 1-(1-t^{\alpha})^{\beta}$$
$$R(t) = 1 - F(t)$$

طريقة الامكان الاعظم

لتكن المتغيرات العشوائية المستقلة $X_1, X_2, \dots \dots X_{n1}$, $Y_1, Y_2, \dots \dots Y_{n2}$, $Z_1, Z_2, \dots \dots Z_{n3}$ تتبع التوزيع الهندسي $\text{Geo}(\theta_1)$, $\text{Geo}(\theta_2)$, $\text{Geo}(\theta_3)$ على التوالي . دالة الامكان الاعظم، θ_1، θ_2، θ_3 للعينات المرصودة هي[8] :

$$\mathbf{L(x,y,z/\theta_1,\theta_2,\theta_3)} = \prod_{i=1}^{n_1} \theta_1(1-\theta_1)^{x_i-1} \prod_{j=1}^{n_2} \theta_2(1-\theta_2)^{y_j-1} \prod_{k=1}^{n_3} \theta_3(1-\theta_3)^{z_k-1}$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة اعلاه نحصل على :

$$\mathbf{Log\ L} = n_1 \log\theta_1 + \sum_{i=1}^{n_1}(x_i-1)\log(1-\theta_1) + n_2 \log\theta_2 + \sum_{j=1}^{n_2}(y_j-1)\log(1-\theta_2)$$
$$+ n_3 \log\theta_3 + \sum_{k=1}^{n_3}(z_k-1)\log(1-\theta_3) \qquad (5)$$

يمكن الحصول على مقدر $\widehat{\theta_1}$، $\widehat{\theta_2}$، $\widehat{\theta_3}$ للمعالم θ_1، θ_2، θ_3 على التوالي :

$$\frac{\partial\, Log\, L}{\partial\theta_1} = \frac{n_1}{\theta_1} - \frac{\sum_{i=1}^{n_1} x_i - n_1}{1-\theta_1} = 0 \qquad (6)$$

$$\frac{\partial\, Log\, L}{\partial\theta_2} = \frac{n_2}{\theta_2} - \frac{\sum_{j=1}^{n_2} y_j - n_2}{1-\theta_2} = 0 \qquad (7)$$

$$\frac{\partial\, Log\, L}{\partial\theta_3} = \frac{n_3}{\theta_3} - \frac{\sum_{k=1}^{n_3} z_k - n_3}{1-\theta_3} = 0 \qquad (8)$$

من المعادلات (6),(7),(8) يتم الحصول على مقدرات $\widehat{\theta_1}$، $\widehat{\theta_2}$، $\widehat{\theta_3}$ كالاتي :

$$\widehat{\theta_1}_{MLE} = \frac{1}{\bar{x}}$$

$$\widehat{\theta_2}_{MLE} = \frac{1}{\bar{y}}$$

$$\widehat{\theta_3}_{MLE} = \frac{1}{\bar{z}}$$

وبتعويض مقدرات $\widehat{\theta_1}$، $\widehat{\theta_2}$، $\widehat{\theta_3}$ واستخدام خاصية الثبات نحصل على مقدر دالة المعولية بطريقة الامكان الاعظم وكالاتي :

$$\widehat{R}_{MLE} = \frac{(\bar{x}-1)(\bar{z}-1)^2}{(\bar{x}+\bar{z}-1)((\bar{y}-1)(\bar{x}+\bar{z}-1)+\bar{x}\bar{z})} \qquad (9)$$

طريقة بيز باستخدام التوزيع الاولي كوماراسوامي (Kumaraswamy Distribution) في ظل دالة خسارة اسية :

نفترض ان المعلمات θ_1،θ_2،θ_3 مستقلة تتبع التوزيع الاولي كوماراسوامي للمعالم α, β حيث ان α, β هما معلمتان للشكل ودالة الكثافة الاحتمالية تكون على التوالي [9]

$$\mathbf{f(\theta_1,\alpha_1,\beta_1)} = \beta_1\alpha_1\theta_1^{\alpha_1-1}(1-\theta_1^{\alpha_1})^{\beta_1-1} \quad ;0<\theta_1<1 \quad ،\alpha_1,\beta_1>0 \qquad (10)$$

$$\mathbf{f(\theta_2,\alpha_2,\beta_2)} = \beta_2\alpha_2\theta_2^{\alpha_2-1}(1-\theta_2^{\alpha_2})^{\beta_2-1} \quad ;0<\theta_2<1 \quad ،\alpha_2,\beta_2>0 \qquad (11)$$

$$\mathbf{f(\theta_3,\alpha_3,\beta_3)} = \beta_3\alpha_3\theta_3^{\alpha_3-1}(1-\theta_3^{\alpha_3})^{\beta_3-1} \quad ;0<\theta_3<1 \quad ،\alpha_3,\beta_3>0 \qquad (12)$$

وان حاصل ضرب المعادلات (12),(11),(10) يعطي التوزيع الاولي المشترك ويكون بالصيغة ادناه:

$$g_{ku.sq.}(\theta_1,\theta_2,\theta_3) = \beta_1\alpha_1\,\beta_2\alpha_2\,\beta_3\alpha_3\ \theta_1^{\alpha_1-1}(1-\theta_1^{\alpha_1})^{\beta_1-1}\ \theta_2^{\alpha_2-1}(1-\theta_2^{\alpha_2})^{\beta_2-1}$$
$$\theta_3^{\alpha_3-1}(1-\theta_3^{\alpha_3})^{\beta_3-1} \qquad (13)$$

من خلال دمج المعادلتين (13),(5) نحصل على التوزيع المشترك اللاحق

$$h_{ku.sq.}(\theta_1,\theta_2,\theta_3|x,y,z)=\frac{L(x,y,z|\theta_1,\theta_2,\theta_3).g_2(\theta_1,\theta_2,\theta_3)}{\int_0^1\int_0^1\int_0^1 L(x,y,z|\theta_1,\theta_2,\theta_3).g_2(\theta_1,\theta_2,\theta_3)d\theta_3 d\theta_2 d\theta_1}$$

$$=\frac{\beta_1\alpha_1\,\beta_2\alpha_2\,\beta_3\alpha_3\theta_1^{\,n_1+\alpha_1-1}\;\theta_2^{\,n_2+\alpha_2-1}\;\theta_3^{\,n_3+\alpha_3-1}(1-\theta_1)^{n1\bar{x}-n_1}(1-\theta_1)^{\alpha1\beta_1-1}}{\int_0^1\int_0^1\int_0^1\beta_1\alpha_1\,\beta_2\alpha_2\,\beta_3\alpha_3\theta_1^{\,n_1+\alpha_1-1}\;\theta_2^{\,n_2+\alpha_2-1}\;\theta_3^{\,n_3+\alpha_3-1}(1-\theta_1)^{n1\bar{x}-n_1}(1-\theta_1)^{\alpha1\beta_1-1}}\cdot$$

$$\frac{(1-\theta_2)^{n2\bar{y}-n_2}(1-\theta_2)^{\alpha2\beta_2-1}\,(1-\theta_3)^{n3\bar{z}-n_3}(1-\theta_3)^{\alpha3\beta_3-1}}{(1-\theta_2)^{n2\bar{y}-n_2}(1-\theta_2)^{\alpha2\beta_2-1}(1-\theta_3)^{n3\bar{z}-n_3}(1-\theta_3)^{\alpha3\beta_3-1}\,d\theta_3 d\theta_2 d\theta_1} \qquad \textbf{(14)}$$

للحصول على مقدر دالة المعولية الإجهاد والمتانة في ضل التوزيع الاولي كوماراسوامي ودالة خسارة اسية وبعد اجراء التعويضات يكون وفق الصيغة النهائية ادناه:

$$\mathbf{R^*_{ku.Linex}\,(\theta|data)\approx u(\hat{\theta})+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\rho}\sum_{j=1}^{\rho}(u_{ij}+2u_i\rho_j)\sigma_{ij}+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\rho}\sum_{j=1}^{\rho}\sum_{k=1}^{\rho}\sum_{l=1}^{\rho}L_{ijk}u_l\sigma_{ij}\sigma_{kl}} \qquad \textbf{(15)}$$

المحاكاة

في الجدول رقم (1) تم المقارنة بين طريقتي بيز كوماراسوامي في ظل دالة خسارة اسية وطريقة الإمكان الأعظم تم استخدام اسلوب المحاكاة بطريقة مونت كارلو من اجل المقارنة بين المقدرين، حيث تم توليد عينات عشوائية مستقلة وبحجوم عينات مختلفة من التوزيع الهندسي، وباستخدام المعيار متوسط مربعات الخطأ(MSE)، وتم تكرار التجربة (1000) مرة، مطبقة ببرنامج (R) وفيما يلي عرض تفصيلي للنتائج.

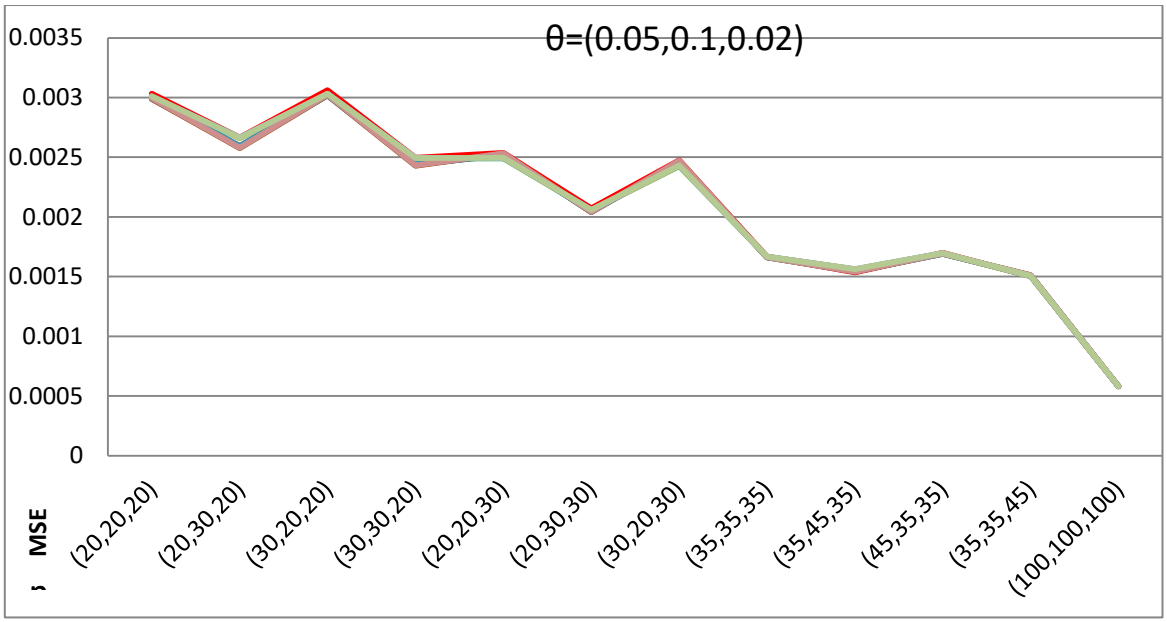
جدول (1) يمثل قيم MSE لR باستخدام طريقة MLE و Bayes Kumaraswamy تحت دالة خسارة اسية

n1	n2	n3	MLE	Bayes Kuma=0.3,b=3	Bayes Kum a=0.9,b=3.5
				دالة خسارة اسية	
20	20	20	0.003033	0.002990	0.003006
20	30	20	0.002666	0.002593	0.00266
30	20	20	0.003062	0.003018	0.003028
30	30	20	0.002496	0.002439	0.002491
20	20	30	0.002535	0.002517	0.002490
20	30	30	0.002073	0.002042	0.002056
30	20	30	0.002474	0.002456	0.002426
35	35	35	0.001668	0.001661	0.001666
35	45	35	0.001535	0.001543	0.00156
45	35	35	0.00175	0.001691	0.001694
35	35	45	0.001504	0.001508	0.001503
100	100	100	0.000580	0.000581	0.000582

اما جدول (2) فتم إيجاد القيم التقديرية للدالة المعولية للطريقتين بيز كوماراسوامي في ظل دالة خسارة اسية وطريقة الإمكان الأعظم وفيما يلي عرض للنتائج.

جدول (2) يمثل القيم التقديرية لR باستخدام طريقة MLE و Bayes Kum تحت دالة خسارة اسية

n1	n2	n3	R	MLE	Bayes Beta a=0.3,b=3	Bayes Beta a=0.9,b=3.5
					دالة خسارة اسية	
20	20	20	0.407862	0.443543	0.44209	0.441754
20	30	20		0.44193	0.437812	0.436847
30	20	20		0.445028	0.440089	0.43963
30	30	20		0.440187	0.436302	0.43574
20	20	30		0.439805	0.437046	0.437429
20	30	30		0.440787	0.441812	0.4409
30	20	30		0.436531	0.43225	0.432825
35	35	35		0.441434	0.4402	0.440383
35	45	35		0.439362	0.435544	0.435672
45	35	35		0.438508	0.437588	0.437532
35	35	45		0.435033	0.432854	0.432794
100	100	100		0.426178	0.425176	0.424944



شكل (1) يمثل قيم MSE ل R باستخدام طريقة MLE و Bayes Kum تحت دالة خسارة اسية

الاستنتاجات

من خلال نتائج المحاكاة (الجدول 1)، (الجدول 2) تم التوصل الى ما يلي:

1- افضلية طريقة بيز لدالة المعولية مقارنة مع طريقة الامكان الاعظم.
2- افضلية طريقة بيز عندما تكون المعلمات الفوقية الافتراضية مساوية الى(0.3,3) .
3- تقل قيمة (MSE) بزيادة حجم العينة.
4- في حالة حجم العينة الكبير فقط تكون طريقة الامكان الاعظم هي الافضل.
5- تقارب بين القيمة الحقيقة والقيمة التقديرية لدالة المعولية ولأغلب حجوم العينات.

التوصيات

1- نوصي باعتماد طريقة بيز في تقدير دالة معولية الاجهاد والمتانة في ظل دالة خسارة اسية لأنها حققت أفضل النتائج مقارنة مع طريقة الامكان الاعظم.
2- نوصي ان يكون التوزيع الاولي لدالة المعولية هو توزيع كوماراسوامي .
3- نوصي باقتراح توزيع اولي مختلف لتقدير دالة المعولية .

المصادر

[1] مزهر، زينب كاظم (2023). " تقدير معولية الاجهاد والمتانة لمتعدد المركبات باستعمال بعض توزيعات قوة الفا مع تطبيق عملي" ، اطروحة دكتورا ، كلية الادارة والاقتصاد ،الجامعة كربلاء.

[2] Kundu, D., & Gupta, R. D. (2005). Estimation of P [Y< X] for generalized exponential distribution. *Metrika*, *61*(3), 291-308.

[3] Birnbaum, Z. W. (1956, January). On a use of the Mann-Whitney statistic. In *Proceedings of the Third Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume 1: Contributions to the Theory of Statistics* (Vol. 3, pp. 13-18). University of California Press.

[4] Hassan, A. S., Alsadat, N., Elgarhy, M., Chesneau, C., & Nagy, H. F. (2023). Analysis of ℝ= P [Y< X< Z] Using Ranked Set Sampling for a Generalized Inverse Exponential Model. *Axioms*, *12*(3), 302.

[5] Jiheel, A. K., & Al-Qatifi, A. B. J. (2020). Bayes Pre-Test Shrinkage Estimation of Rayleigh Distribution under Different Loss

Functions. *Int. J. Adv. Appl. Math. And Mech*, *7*(4), 72-90.

[6] Mohamed, M. O. (2020). Estimation of R for geometric distribution under lower record values. *Journal of applied research and technology*, *18*(6), 368-375.

[7] Kumaraswamy, P. (1980). A generalized probability density function for double-bounded random processes. *Journal of hydrology*, *46*(1-2), 79-88.

[8] Jacob, N., & EJ, A. (2023). Estimation of Stress Strength Reliability P [Y< X< Z] of Lomax Distribution under Different Sampling Scheme. *Current Journal of Applied Science and Technology*, *42*(42), 36-66.

[9] Kızılaslan, F., & Nadar, M. (2016). Estimation and prediction of the Kumaraswamy distribution based on record values and inter-record times. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, *86*(12), 2471-2493